DOI: 10.17323/2587-814X.2021.4.50.60

Использование последовательностей Фишберна для адекватного моделирования по выборочным данным*

А.В. Сигал
E-mail: ksavo3@cfuv.ru

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского
Адрес: 295007, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, д. 4

Аннотация

В статье рассматривается вероятностно-статистическое моделирование принятия управленческих решений в экономике по выборочным данным за прошлые периоды времени. Для определенности исследование ограничено моделями Марковица задачи поиска эффективного портфеля в поле третьей информационной ситуации. Третья информационная ситуация является широко распространенной ситуацией принятия решений и характеризуется тем, что лицо, принимающее решения, задает согласно своему мнению линейное отношение порядка на компонентах неизвестного распределения вероятностей состояний экономической среды. Часто с точки зрения лица, принимающего решения, компоненты неизвестного распределения вероятностей состояний экономической среды должны удовлетворять частично усиленному линейному отношению порядка. В результате применение традиционных статистических оценок оказывается невозможным, при этом возникает следующий вопрос, практически неизученный в научной литературе. По каким формулам в этом случае следует находить статистические оценки и, прежде всего, оценки неизвестных вероятностей состояний экономической среды? В качестве оценки неизвестного распределения вероятностей предлагается использовать последовательность Фишберна, удовлетворяющую всем имеющимся ограничениям, соответствующую мнению лица, принимающего решения, и заданному им линейному отношению порядка. Последовательности Фишберна представляют собой обобщение известных формул Фишберна. Принципиально важно, что любая последовательность Фишберна удовлетворяет простому линейному отношению порядка, а при определенных условиях и частично усиленному линейному отношению порядка. Особое внимание уделяется энтропийным свойствам обобщенных прогрессий Фишберна, представляющих собой наиболее важный класс последовательностей Фишберна, а также использованию обобщенных прогрессий Фишберна для учета мнения лица, принимающего решения. Разработана такая схема оценки неизвестного распределения вероятностей, которая позволяет добиться корректности вероятностно-статистического моделирования, а также адекватного учета мнения лица, принимающего решения, неопределенности и риска.

Ключевые слова: последовательность Фишберна; принятие управленческих решений; модель Марковица; линейное отношение порядка; энтропия; прогрессия Фишберна.

Цитирование: Сигал А.В. Использование последовательностей Фишберна для адекватного моделирования по выборочным данным // Бизнес-информатика. 2021. Т. 15. № 4. С. 50–60. DOI: 10.17323/2587-814X.2021.4.50.60

* Статья опубликована при поддержке Программы НИУ ВШЭ «Университетское партнерство»

Введение

При теоретико-игровом моделировании особую роль играет статистическая игра [1], являющаяся игрой двух участников: *лица, принимающего решения (ЛПР)*, осознанно выбирающего свое поведение, и «*природы*» (экономической среды в случае моделирования экономики), которая случайным образом оказывается в своих возможных состояниях.

В случае моделирования экономики часто необходимо установить, какой тип отношения порядка выполняется на множестве состояний экономической среды, что характерно для третьей информационной ситуации (ИС) [1, с. 13].

Моделирование экономики требует учета ряда специфических особенностей, присущих экономике, прежде всего, неопределенности и экономического риска (см., например, [2]). Не учет указанных особенностей влечет неэффективность управления. Адекватность и корректность моделирования в значительной мере определяется степенью учета неопределенности, экономического риска и мнения ЛПР об особенностях ситуации принятия решений.

При моделировании экономики широко применяют методы и модели теории вероятностей и математической статистики. Классическим примером вероятностно-статистического моделирования экономики является теория портфеля, начавшаяся с работ Гарри Марковица [3, 4].

Согласно подходу Марковица норму прибыли (доходность) произвольного актива/портфеля характеризует соответствующая случайная величина (СВ), значения которой определяются состояниями, в которых может оказаться экономическая среда (по сути, фондовый рынок). Для определенности и удобства будем считать, что множество возможных состояний экономической среды конечно. В этом случае распределение вероятностей состояний экономической среды представляет собой вектор $\mathbf{q} = \left(q_1; \ldots; q_n\right)$, компоненты которого – неотрицательные числа, удовлетворяющие свойству нормировки, при этом СВ, характеризующая норму прибыли выбранного актива, является дискретной СВ (ДСВ). На практике в качестве возможных значений этих ДСВ используют имеющиеся выборочные данные, а именно наблюдавшиеся ранее значения соответствующих норм прибыли, при этом в качестве оценок числовых характеристик этих ДСВ принято использовать традиционные точечные оценки, значения которых вычисляют на основе использования равномерного закона, т.е. вектора $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*; \ldots; q_n^*\right)$, где $q_1^* = \ldots = q_n^* = \frac{1}{n}$, как оценки распределения вероятностей.

Предположим, что распределение $\mathbf{q} = \left(q_1; \ldots; q_n\right)$ удовлетворяет *линейному отношению порядка (ЛОП)* того или иного типа. Основные типы ЛОП были изучены Питером Фишберном [5–7], (а также рассмотрены, например, в [1, с. 77–80]. Формулы Фишберна и их обобщения, называемые *последовательностями Фишберна*, применяют для оценки соответствующих распределений. Например, в работе [8] предложено применение последовательностей Фишберна для приведения обобщенных моделей задачи поиска оптимального портфеля к классической (традиционной) модели Марковица.

Цель настоящего исследования заключается в разработке схемы построения такой оценки распределения вероятностей, которая позволяет добиться корректности вероятностно-статистического моделирования, а также наилучшим образом учесть мнение ЛПР о типе ЛОП, которому подчиняются элементы множества состояний экономической среды, в том числе для случаев, когда использование традиционных точечных оценок невозможно, т.к. наиболее характерная оценка распределения вероятностей должна отличаться от равномерного закона.

Основные задачи исследования состоят в разработке:

- ✦ концепции адекватного моделирования принятия управленческих решений в экономике по выборочным данным, в частности, принятия портфельных решений в поле третьей ИС;
- ✦ метода оценки распределения вероятностей на основе использования последовательностей Фишберна, прежде всего обобщенных прогрессий Фишберна;
- ✦ схемы построения такой оценки распределения вероятностей, которая наилучшим образом учитывает мнение ЛПР.

1. Постановка задачи исследования

Введем обозначения: r_{ij} – значение нормы прибыли i-го актива в условиях, когда экономическая среда оказалась в своем j-м состоянии, $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, n}$; x_i – доля i-го актива в портфеле, $i = \overline{1, k}$; $\mathbf{x} = (x_1; \ldots; x_k)$ – портфель (точнее его структура); R_i – ДСВ, характеризующая норму прибыли i-го актива, $i = \overline{1, k}$;

$R_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{k} R_i \cdot x_i$ – ДСВ, характеризующая норму прибыли портфеля **x**;

$\mathbf{q} = (q_1; ...; q_n)$ – распределение вероятностей состояний экономической среды,

$m_i = \mathbf{M}\left(R_i\right) = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \cdot q_j$, $m_{\mathbf{x}} = \mathbf{M}(R_{\mathbf{x}})$ – математические ожидания соответствующих ДСВ;

$\sigma_i^2 = \mathbf{D}\left(R_i\right) = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}^2 \cdot q_j - m_i^2$, $\sigma_{\mathbf{x}}^2 = \mathbf{D}(R_{\mathbf{x}})$ – дисперсии соответствующих ДСВ;

$c_{il} = \operatorname{cov}\left(R_i; R_l\right) = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \cdot r_{lj} \cdot q_j - m_i \cdot m_l$ – ковариация между указанными ДСВ, $i = \overline{1, k}$, $l = \overline{1, k}$.

Если известны точные истинные значения r_{i1}, ..., r_{in} соответствующей ДСВ R_i и имеет место первая ИС, когда вероятности q_1, ..., q_n состояний известны, то значения числовых характеристик m_i, σ_i^2, c_{ij} могут быть найдены по вышеприведенным формулам, а числовые характеристики $m_{\mathbf{x}}$ и $\sigma_{\mathbf{x}}^2$ ДСВ $R_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{k} R_i \cdot x_i$ портфеля **x** представляют собой функции долей x_1, ..., x_k. Классическую модель Марковица (модель задачи поиска эффективного портфеля в поле первой ИС) можно представить в следующем виде:

$$m_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{k} m_i \cdot x_i \to \max_{\mathbf{x}}, \quad (1)$$

$$\sigma_{\mathbf{x}}^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{l=1}^{k} c_{il} \cdot x_i \cdot x_l \to \min_{\mathbf{x}}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_i = 1, \quad (3)$$

$$x_i \geq 0,\ i = \overline{1, k}. \quad (4)$$

Эффективным портфелем (в модели Марковица) принято называть портфель, структура которого является оптимальным по Парето решением задачи (1)–(4). R_x

Основная задача ЛПР (инвестора) состоит в поиске структуры оптимального портфеля, т.е. структуры такого эффективного портфеля, который, по мнению ЛПР, обладает всеми желаемыми свойствами, прежде всего, наилучшим сочетанием значений своих числовых характеристик.

Пусть теперь возможные значения r_{i1}, ..., r_{in} произвольной ДСВ R_i известны, а вероятности q_1, ..., q_n не известны, тогда числовые характеристики m_i, σ_i^2, c_{ij} представляют собой функции вероятностей q_1, ..., q_n, а числовые характеристики $m_{\mathbf{x}}$ и $\sigma_{\mathbf{x}}^2$ ДСВ $R_x = \sum_{i=1}^{k} R_i \cdot x_i$ портфеля **x** – функции вероятностей q_1, ..., q_n и долей x_1, ..., x_k. Это допущение соответствует подходу, применяемому на практике, когда используют имеющиеся выборочные данные, т.е. когда в качестве значений r_{i1}, ..., r_{in} используют наблюдавшиеся значения нормы прибыли i-го актива, при этом неизвестные значения числовых характеристик m_i, σ_i^2, c_{ij}, как правило, оценивают их традиционными точечными оценками, т.е. значениями числовых характеристик выборки

$$\overline{r}_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} r_{ij},\ i = \overline{1, k},\ \sigma_i^{*2} = \overline{r_i^2} - \overline{r}_i^{\,2} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} r_{ij}^2 - \overline{r}_i^{\,2},$$
$$i = \overline{1, k},\ c_{il}^* = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} r_{ij} \cdot r_{lj} - \overline{r}_i \cdot \overline{r}_l,\ i = \overline{1, k},\ l = \overline{1, k},$$

соответственно. Подчеркнем, теперь r_{ij} – это значение нормы прибыли i-го актива, наблюдавшееся в j-й период (момент) времени, а для вычисления значений $\overline{r}_i$, σ_i^{*2}, c_{il}^* в качестве оценки распределения вероятностей использован равномерный закон.

Применение традиционных точечных оценок может противоречить мнению ЛПР о значимости (информативности) различных моментов времени. Мнение ЛПР о значимости различных моментов времени обязательно должно быть отражено в обобщенной модели Марковица: в этом случае система ограничений задачи поиска эффективного портфеля может содержать такие ограничения для возможных значений q_1, ..., q_n компонент распределения вероятностей, которым не удовлетворяет равномерный закон.

Обобщенная модель Марковица задачи поиска эффективного портфеля в поле третьей ИС при справедливости простого ЛОП может быть записана в следующем виде [8]:

$$H\left(\mathbf{q}\right) = -\sum_{j=1}^{n} q_j \cdot \ln q_j \to \max_{\mathbf{q}}, \quad (5)$$

$$m_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{k} m_i \cdot x_i \to \max_{\mathbf{x}}, \quad (6)$$

$$\sigma_{\mathbf{x}}^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{l=1}^{k} c_{il} \cdot x_i \cdot x_l \to \min_{\mathbf{x}}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_i = 1, \quad (8)$$

$$x_i \geq 0,\ i = \overline{1, k}, \quad (9)$$

$$q_1 \leq q_2 \leq ... \leq q_n, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^{n} q_j = 1, \quad (11)$$

$$q_j \geq 0,\ j = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Соотношения (10) отображают суть простого ЛОП и мнение ЛПР о том, что ситуация, сложившаяся в более поздний период времени, обладает большей значимостью, т.е. оказывает более существенное влияние на настоящее и будущее, чем ситуация, сложившаяся в более ранний период времени. Такое мнение, безусловно соответствующее реалиям экономики, высказывают многие исследователи. Так, В.К. Семенычев и Е.В. Семенычев отмечают, «что при прогнозировании в условиях быстро изменяющихся социально-экономических явлений информация более поздних временных периодов является более важной, более существенной, чем информация ранних периодов» [9, с. 60]. Подчеркнем, в случае принятия портфельных решений в поле третьей ИС при справедливости простого ЛОП возможно применение традиционных точечных оценок, т.к. равномерный закон удовлетворяет простому ЛОП.

Обобщенная модель Марковица задачи поиска эффективного портфеля в поле третьей ИС при справедливости частично усиленного ЛОП может быть записана в следующем виде [8]:

$$H(\mathbf{q}) = -\sum_{j=1}^{n} q_j \cdot \ln q_j \to \max_{\mathbf{q}}, \tag{13}$$

$$m_{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{k} m_i \cdot x_i \to \max_{\mathbf{x}}, \tag{14}$$

$$\sigma_{\mathbf{x}}^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{l=1}^{k} c_{il} \cdot x_i \cdot x_l \to \min_{\mathbf{x}}, \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_i = 1, \tag{16}$$

$$x_i \geq 0,\ i = \overline{1, k}, \tag{17}$$

$$\begin{cases} q_2 \geq q_1, \\ q_3 \geq q_1 + q_2, \\ \ldots \\ q_n \geq q_1 + q_2 + \ldots + q_{n-1}, \end{cases} \tag{18}$$

$$\sum_{j=1}^{n} q_j = 1, \tag{19}$$

$$q_j \geq 0,\ j = \overline{1, n}. \tag{20}$$

Соотношения (18) отображают суть частично усиленного ЛОП и мнение ЛПР о том, что социально-экономические условия изменяются чрезвычайно быстро, при этом рассматриваемые выборочные данные представляют собой временны́е ряды, характеризующиеся высокой скоростью изменений. ЛПР обязано придерживаться такому мнению в тех случаях, когда имеет место или предкризисная (кризисная) ситуация, или резкий рост экономики (соответствующего сектора экономики) и т.д. [10]. Если ЛПР считает, что распределение вероятностей удовлетворяет частично усиленному ЛОП, то это означает, что, по мнению ЛПР, значимость текущего периода времени не меньше общей значимости всех предшествующих периодов времени. Именно в этом случае невозможно применение традиционных точечных оценок, т.к. равномерный закон не удовлетворяет частично усиленному ЛОП.

Это свидетельствует об актуальности и необходимости разработки такого метода построения оценки распределения вероятностей, который наилучшим образом учитывает мнение ЛПР о типе отношения порядка на множестве состояний экономической среды, по сути, его мнение о типе ЛОП, которому должно удовлетворять распределение вероятностей.

Можно утверждать, что приведенные ситуации принятия портфельных решений характеризует статистическая игра: с задачами (1)–(4), (5)–(12), (13)–(20) связана статистическая игра, заданная матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$, где r_{ij} – это соответствующее значение нормы прибыли i-го актива. Отметим, принятие портфельных решений возможно за счет решения соответствующей игры [11]: при выполнении определенных требований решение антагонистической игры, заданной матрицей $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$, позволяет найти эффективный портфель $\mathbf{x} = (x_1^*; \ldots; x_k^*)$, при этом его структура не зависит от распределения вероятностей.

2. Основные понятия и определения

Приведем определения ЛОП основных типов [1, с. 78]:

1) *простое ЛОП* – это отношение порядка, задаваемое неравенствами вида $q_1 \geq q_2 \geq \ldots \geq q_n$ или $q_1 \leq q_2 \leq \ldots \leq q_n$;
2) *частично усиленное ЛОП* – это отношение порядка, задаваемое неравенствами вида $q_j \geq q_{j+1} + \ldots + q_n$, $j = \overline{1, n-1}$, или $q_j \geq q_1 + \ldots + q_{j-1}$, $j = \overline{2, n}$;
3) *усиленное ЛОП* – это отношение порядка, задаваемое неравенствами вида
$$q_{j+1} + \ldots + q_{j+\alpha(j)} \leq q_j \leq q_{j+1} + \ldots + q_{j+\alpha(j)} + q_{j+\alpha(j)+1},$$
$j = \overline{1, n-2}$, $\alpha(j) \in \{1; 2; \ldots; n-1-j\}$, или

$$q_{j-\alpha(j)}+...+q_{j-1}\le q_j\le q_{j-\alpha(j)-1}+q_{j-\alpha(j)}+...+q_{j-1}$$

$j=\overline{3,n}$, $\alpha(j)\in\{1;2;...;j-2\}$, где $\alpha(j)$ – заданные натуральные числа, принимающие значения из указанных множеств.

Последовательностью Фишберна (ПФ) будем называть последовательность $(q_1; q_2; ...; q_j; ...)$, элементы которой равны

$$q_j=\frac{a_j}{\sum_i a_i},\forall\ j, \tag{21}$$

где *последовательность* $(a_1; a_2; ...; a_j; ...)$, *порождающая* данную ПФ, представляет собой заданную монотонную последовательность неотрицательных чисел, сумма которых является положительным числом [12, с. 132]. Далее, для удобства, ограничимся рассмотрением конечных ПФ $(q_1; q_2; ...; q_n)$.

Внешне формула (21) совпадает с так называемой третьей формулой Фишберна. Третью формулу Фишберна применяют для оценки распределения вероятностей в случае, когда оно должно удовлетворять усиленному ЛОП. В этом случае формулы для вычисления оценок вероятностей содержат параметр, при этом применение формулы (21) позволяет найти такое значение этого параметра, для которого значения оценок вероятностей удовлетворяют и усиленному ЛОП, и условию (3). Очевидно, множество всех ПФ существенно шире множества всех последовательностей, удовлетворяющих усиленному ЛОП и условию (3).

В публикациях автора (см., например, [8, 10, 12–16]) изучены свойства ПФ и таких их частных случаев, как

1) *арифметическая прогрессия Фишберна*, задаваемая *первой формулой Фишберна*,

$$q_j=\frac{2\cdot(n-j+1)}{n\cdot(n+1)},j=\overline{1,n}; \tag{22}$$

2) *геометрическая прогрессия Фишберна*, задаваемая *второй формулой Фишберна*,

$$q_j=\frac{2^{n-j}}{2^n-1},j=\overline{1,n}; \tag{23}$$

3) *возрастающая арифметическая прогрессия Фишберна*

$$q_j=\frac{2\cdot j}{n\cdot(n+1)},j=\overline{1,n}; \tag{24}$$

4) *возрастающая геометрическая прогрессия Фишберна*

$$q_j=\frac{2^{j-1}}{2^n-1},j=\overline{1,n}; \tag{25}$$

5) *обобщенная арифметическая прогрессия Фишберна*

$$q_j=\frac{1}{n}-\frac{(n-1)\cdot x}{2}+(j-1)\cdot x= \tag{26}$$
$$=\frac{2-n\cdot(n-2\cdot j+1)\cdot x}{2\cdot n},j=\overline{1,n},$$

для которой ее разность x удовлетворяет неравенству

$$|x|\le\frac{2}{n\cdot(n-1)};$$

6) *обобщенная геометрическая прогрессия Фишберна*

$$q_j=\frac{x-1}{x^n-1}\cdot x^{j-1}=\frac{1-x}{1-x^n}\cdot x^{j-1},j=\overline{1,n}, \tag{27}$$

для которой ее знаменатель x удовлетворяет неравенству $x>0$.

Зачастую применение формулы (24) или (25), например, когда значения индекса j представляют собой моменты времени, предпочтительнее применения формулы (22) или (23), соответственно. Формулы (22)–(25) применяют в самых разнообразных исследованиях, о чем свидетельствуют многочисленные публикации (см., например, [17–35]).

Равномерный закон, т.е. вектор $\mathbf{q}^*=(q_1^*;...;q_n^*)$, где $q_1^*=...=q_n^*=\frac{1}{n}$, представляет собой частный случай и обобщенной арифметической прогрессии Фишберна (для разности $x=0$), и обобщенной геометрической прогрессии Фишберна (для знаменателя $x=1$).

3. Оценка распределения вероятностей на основе использования последовательностей Фишберна

Итак, обобщенные модели Марковица задачи поиска эффективного портфеля можно приводить к классической модели Марковица за счет использования ПФ. Проблема состоит в том, каким образом следует выполнить корректную оценку распределения вероятностей. Предлагаемая схема построения корректной оценки распределения вероятностей базируется на свойствах ПФ, прежде всего, на свойствах обобщенных прогрессий Фишберна.

Корректность использования формул (26), (27) зависит от ответов на такие вопросы. 1. Когда обобщенная прогрессия Фишберна удовлетворяет простому ЛОП? 2. Когда обобщенная прогрессия Фишберна удовлетворяет частично усиленному ЛОП? 3. Когда обобщенная прогрессия Фишберна удовлетворяет принципу Гиббса–Джейнса?

Напомним, принцип Гиббса–Джейнса наиболее характерной оценкой неизвестного распределения считает вектор $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*;...;q_n^*\right)$, максимизирующий значение энтропии $H\left(\mathbf{q}\right) = -\sum_{j=1}^{n} q_j \cdot \ln q_j$ при выполнении всех ограничений, т.е. ограничений (3), (4) и, возможно, еще одного или нескольких ограничений, которым, по мнению ЛПР, должно удовлетворять распределение вероятностей. Энтропийный подход существенно обогащает инструментарий анализа и моделирования экономического риска. Очевидно, если выполняются лишь ограничения (3), (4), то максимальное значение энтропии $H\left(\mathbf{q}^*\right) = \ln n = \max_{\mathbf{q}} H\left(\mathbf{q}\right)$ достигается для равномерного закона, т.е. для вектора $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*;...;q_n^*\right)$, где $q_1^* = ... = q_n^* = \frac{1}{n}$. В частности, на множестве всех обобщенных прогрессий Фишберна максимальное значение энтропии достигается тоже для равномерного закона.

Заметим, произвольная ПФ, а, следовательно, и произвольная обобщенная прогрессия Фишберна, удовлетворяет соответствующему простому ЛОП.

Если обобщенные арифметические прогрессии Фишберна практически всегда не удовлетворяют частично усиленному ЛОП, то обобщенные геометрические прогрессии Фишберна в зависимости от значения своего знаменателя x в одних случаях удовлетворяют, а в других случаях не удовлетворяют частично усиленному ЛОП.

Следовательно, вышеприведенные вопросы имеют тривиальные ответы на множестве всех обобщенных арифметических прогрессий Фишберна. Однако на множестве всех обобщенных геометрических прогрессий Фишберна ответы на эти два вопроса не столь очевидны. Теоремы, содержащие эти ответы, приведены и доказаны в монографии А.В. Сигала, Е.С. Ремесник [12, с. 119–127]. Суть этих теорем состоит в следующем: произвольная обобщенная геометрическая прогрессия Фишберна $(q_1; q_2; ...; q_n)$ удовлетворяет соответствующему частично усиленному ЛОП тогда и только тогда, когда значение ее знаменателя принадлежит множеству $x \in \left(0; \alpha_n\right] \cup \left[\beta_n; +\infty\right)$, где α_n – корень уравнения $x^n - 2 \cdot x + 1 = 0$, принадлежащий $\alpha_n \in (0,5; 1]$, $\beta_n = \frac{1}{\alpha_n}$, при этом $x^* = \alpha_n$ ($x^* = \beta_n$) – единственное значение знаменателя x прогрессий (27), максимизирующее значение энтропии $H(\mathbf{q})$ для всех невозрастающих (неубывающих, соответственно) обобщенных геометрических прогрессий Фишберна.

Один из естественных методов решения задач (5)–(12) и (13)–(20) – это их приведение к задаче (1)–(4) за счет использования наиболее характерной оценки распределения вероятностей, т.е. за счет использования вектора $\mathbf{q} = (q_1; ...; q_n)$, максимизирующего значение энтропии на множестве всех ПФ, удовлетворяющих ЛОП соответствующего типа. Практически без потери общности, вместо множества всех ПФ можно ограничиться рассмотрением только обобщенных прогрессий Фишберна, наиболее важного и весьма широкого частного случая ПФ.

Вектором, максимизирующим значение энтропии на множестве всех ПФ (а, следовательно, и на множестве всех обобщенных прогрессий Фишберна), по своему определению всегда удовлетворяющих простому ЛОП, является равномерное распределение, т.е. вектор $\mathbf{q} = (q_1; ...; q_n)$, где $q_1^* = ... = q_n^* = \frac{1}{n}$. Поэтому в случае задачи (5)–(12) применение традиционных точечных оценок целесообразно, причем и с позиций математической статистики, и с позиций адекватности моделирования.

А вектором, максимизирующим значение энтропии на множестве всех неубывающих обобщенных геометрических прогрессий Фишберна $(q_1; q_2; ...; q_n)$, удовлетворяющих частично усиленному ЛОП, является прогрессия (27), знаменатель которой равен $x = \beta_n$, где $\beta_n = \frac{1}{\alpha_n}$, α_n – корень уравнения $x^n - 2 \cdot x + 1 = 0$, принадлежащий $\alpha_n \in (0,5; 1]$.

Оценку неизвестного распределения вероятностей и использование этой оценки можно осуществлять по следующей пятиэтапной схеме.

Шаг 1. Выбор типа ЛОП, которому, по мнению ЛПР, должно удовлетворять распределение $(q_1; q_2; ...; q_n)$ вероятностей.

Шаг 2. Выбор последовательности $(a_1; a_2; ...; a_n)$ неотрицательных чисел, которую, по мнению ЛПР, целесообразно использовать в качестве последовательности, порождающей ПФ с желаемыми свойствами. Эта последовательность $(a_1; a_2; ...; a_n)$ должна удовлетворять ЛОП выбранного типа, при этом она может представлять собой последовательность, элементы которой образуют, например, некоторую прогрессию натуральных чисел (в т.ч. постоянную $a_1 = a_2 = ... = a_n = 1$, строго монотонную арифметическую или строго монотонную геометрическую прогрессию), числа Фибоначчи или числа Мерсенна.

Шаг 3. Построение ПФ, которую, по мнению ЛПР, целесообразно использовать в качестве оценки распределения вероятностей, т.е. вычисление по формуле (21) значений компонент ПФ $(q_1; q_2; ...; q_n)$, порожденной выбранной последовательностью $(a_1; a_2; ...; a_n)$.

Шаг 4. Применение построенной ПФ в качестве оценки распределения вероятностей, и, в частности, вычисление значений оценок соответствующих числовых характеристик по формулам для вычисления этих числовых характеристик ДСВ, в которых вместо значений вероятностей используются значения соответствующих элементов построенной ПФ.

Шаг 5. Выбор оптимального решения, т.е. выбор для реализации такого решения, которое обладает наилучшим сочетанием вычисленных значений оценок рассматриваемых числовых характеристик.

Заключение

Формулы Фишберна для вычисления точечных оценок распределений вероятностей хорошо известны и широко применяются в теоретических и практических исследованиях. Для корректной оценки распределения вероятностей состояний экономической среды целесообразно применять последовательности Фишберна (ПФ), обобщающие формулы Фишберна: в качестве оценки распределения вероятностей целесообразно использовать ПФ, обладающую всеми желаемыми свойствами и, в частности, удовлетворяющую типу линейного отношения порядка (ЛОП), которому, по мнению лица, принимающего решения (ЛПР), должно удовлетворять распределение вероятностей. Наиболее важными типами ЛОП являются простое ЛОП и частично усиленное ЛОП.

ЛПР может осуществить оценку распределения вероятностей и использование этой оценки по следующей схеме, впервые приведенной в статье.

1. Выбор типа ЛОП, которому должно удовлетворять распределение вероятностей.

2. Выбор последовательности, которую целесообразно использовать в качестве последовательности, порождающей ПФ.

3. Построение ПФ, которую целесообразно использовать в качестве оценки распределения вероятностей.

4. Применение построенной ПФ в качестве оценки распределения вероятностей.

5. Выбор оптимального решения, т.е. выбор для реализации такого решения, которое обладает наилучшим сочетанием вычисленных значений оценок рассматриваемых числовых характеристик.

Предлагаемая схема позволяет добиться корректности вероятностно-статистического моделирования, а также наилучшим образом учесть мнение ЛПР о типе ЛОП, которому подчиняются элементы множества состояний экономической среды, в том числе для случаев, когда использование традиционных точечных оценок невозможно, т.к. наиболее характерная оценка распределения вероятностей должна отличаться от равномерного закона.

Свойства ПФ полностью совпадают со свойствами последовательности, ее порождающей (за исключением условия нормировки, которому не обязана удовлетворять последовательность, порождающая ПФ). При выборе ПФ, обладающей всеми желаемыми свойствами, можно ограничиться рассмотрением множества обобщенных прогрессий Фишберна, которые представляют собой ПФ, являющиеся арифметическими или геометрическими прогрессиями. В случае простого ЛОП можно ограничиться рассмотрением обобщенных арифметических прогрессий Фишберна, а в случае частично усиленного ЛОП – обобщенных геометрических прогрессий Фишберна. Наконец, если ЛПР придерживается принципа Гиббса–Джейнса, то в качестве оценки неизвестного распределения вероятностей следует использовать или равномерный закон (при справедливости простого ЛОП), или обобщенную геометрическую прогрессию Фишберна, максимизирующую значение энтропии (при справедливости соответствующего частично усиленного ЛОП).

К случаям, когда следует применять ПФ, удовлетворяющие частично усиленному ЛОП, можно отнести случаи, когда рассматриваемые выборочные данные представляют собой временны е ряды, характеризующиеся высокой скоростью изменений. ЛПР обязано придерживаться такому мнению в тех случаях, когда, например, имеет место или предкризисная (кризисная) ситуация, или резкий рост экономики (соответствующего сектора экономики).

В случаях, когда, по мнению ЛПР, распределение вероятностей должно удовлетворять частично усиленному ЛОП, невозможно использование традиционных точечных оценок, т.к. равномерный закон, используемый для вычисления значений традиционных точечных оценок, не удовлетворяет частично усиленному ЛОП. Можно сказать, что в этих случаях возникает противоречие между традиционным вероятностно-статистическим инструментарием и особенностями ситуации принятия решений, а корректность и адекватность моделирования требуют в качестве оценки распределения вероятностей использовать строго монотонную последовательность, т.е. ПФ, удовлетворяющую соответствующему частично усиленному ЛОП, например, обобщенную геометрическую прогрессию Фишберна, максимизирующую значение энтропии (при справедливости соответствующего частично усиленного ЛОП). Хотя при этом теряются желаемые статистические свойства точечных оценок (несмещенность и т.д.), но использование строго монотонной ПФ (вместо равномерного закона) позволяет добиться желаемых уровней корректности и адекватности моделирования, а также наилучшего учета мнения ЛПР. ■

Литература

1. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. М.: Наука, 1981.
2. Экономический риск: игровые модели / В.В. Витлинский и [др.]. Киев: КНЭУ, 2002. (на укр. яз.).
3. Markowitz H.M. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. Vol. 7. No. 1. P. 77–91.
4. Markowitz H.M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. N.Y.: John Wiley & Sons, 1959.
5. Fishburn P.C. Decision and Value Theory. N.Y.: John Wiley & Sons, 1964.
6. Fishburn P.C. Analysis of Decisions with Incomplete Knowledge of Probabilities // Operations Research. 1965. Vol. 13. No. 2. P. 217–237.
7. Fishburn P.C. Independence in Utility Theory with Whole Product Sets // Operations Research. 1965. Vol. 13. No. 1. P. 28–45.
8. Сигал А.В. О приведении обобщенной модели Марковица в поле третьей информационной ситуации к классической модели Марковица // Труды Седьмой Международной конференции Системный анализ и информационные технологии САИТ-2017, Светлогорск, 13–18 июня 2017. М.: ФИЦ ИУ РАН, 2017. С. 159–167.
9. Семенычев В.К., Семенычев Е.В. Параметрическая идентификация рядов динамики: структуры, модели, эволюция. Монография. Самара: СамНЦ РАН, 2011.
10. Сигал А.В. Статистические оценки, учитывающие особенности цифровой трансформации // Сборник науч. трудов II междунар. науч.-практ. форума «Россия, Европа, Азия: цифровизация глобального пространства», Ставрополь, 09-12 октября 2019 / под ред. В.А. Королева. Ставрополь: СЕКВОЙЯ, 2019. С. 134–137.
11. Сигал А.В. Об эффективности портфелей, найденных теоретико-игровым методом // Экономика и математические методы. 2018. Т. 54. Вып. 1. С. 125–144.
12. Сигал А.В., Ремесник Е.С. Последовательности Фишберна и их применение в современной теории портфеля. Монография. Симферополь: ИП Корниенко А.А., 2018.
13. Сигал А.В. О принятии управленческих решений в поле второй информационной ситуации // Актуальные проблемы и перспективы развития экономики: Труды XVIII Всеросс. с междунар. участием науч.-практ. конф., (Симферополь–Гурзуф, 24–26 октября 2019) / под ред. Н.В. Апатовой. Симферополь: ИП Зуева Т.В., 2019. С. 56–58.
14. Сигал А.В., Макеева Г.Н. Обобщенные прогрессии Фишберна // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем (АМУР-2015): сб. науч. тр. IX Межд. школы-симпозиума АМУР-2015 (Севастополь, 12-21 сентября 2015). Симферополь: КФУ имени В.И. Вернадского, 2015. С. 343–350.
15. Сигал А.В., Ремесник Е.С. Последовательности, удовлетворяющие линейным соотношениям порядка: применение в экономике и свойства // Друкеровский вестник. 2018. № 1. С. 44–58. DOI: 10.17213/2312-6469-2018-1-44-58.
16. Сигал А.В., Ремесник Е.С. Точечные оценки Фишберна и их обобщения // Моделирование и анализ безопасности и риска в сложных системах: труды Междунар. науч. школы МА БР-2019 (Санкт-Петербург, 19–21 июня, 2019): сб. статей / под ред. Е.Д. Соложенцева, В.В. Карасева. СПб.: ГУАП, 2019. С. 85–92.
17. Алиев А.А., Гордиенко М.С., Петелина А.В. Комплексная оценка финансовой конкурентоспособности компании издательской отрасли // Вестник университета. 2020. № 10. С. 113–121. DOI: 10.26425/1816-4277-2020-10-113-121.
18. Алиев А.А., Литвишко О.В., Юсифова А.И., Фатеева А.А. Анализ эффективности финансово-хозяйственной деятельности российских футбольных клубов // Вестник университета. 2021. № 5. С. 85–92. DOI: 10.26425/1816-4277-2021-5-85-92.
19. Бабенков В.И., Гасюк Д.П., Дубовский В.А. Метод оценивания рисков на этапах жизненного цикла образцов вооружения и военной техники // Вооружение и экономика. 2020. № 3 (53). С. 59–65.
20. Белозерцев О.В., Белозерцев В.Н. Оценка влияния факторов среды на экономическую безопасность предприятия // Экономический вестник Донбасского государственного технического университета. 2020. № 5. С. 5–13.
21. Виноградова Т.А., Кувшинов М.С. Реализация оценки и анализа уровня инновационной активности персонала предприятия // Вестник ЮУрГУ. Серия «Экономика и менеджмент». 2021. Т. 15, № 2. С. 132–139. DOI: 10.14529/em210215.
22. Долженко А.И., Шполянская И.Ю., Глушенко С.А. Нечеткая продукционная сеть для анализа качества микросервисной архитектуры // Бизнес-информатика. 2020. Т. 14. № 4. С. 36–46. DOI: 10.17323/2587-814X.2020.4.36.46.

23. Жеишев Р.С., Никитин Ю.А. Оценка военно-экономической эффективности системы продовольственного обеспечения войск (сил) в Арктической зоне Российской Федерации // Экономический вектор. 2020. № 2 (21). С. 96–102. DOI: 10.36807/2411-7269-2020-2-21-96-102.

24. Костырев А.П. Оценка результатов реализации промышленной политики на основе многоуровневого подхода // Финансовая экономика. 2020. № 8. С. 299–304.

25. Кувшинов М.С., Калачева А.Г. Развитие состояния анализа инвестиционной привлекательности промышленных предприятий // Вестник ЮУрГУ. Серия «Экономика и менеджмент». 2015. Т. 9, № 2. С. 74–81.

26. Лямин Б.М., Моттаева А.Б. Оценка потенциала коммерциализации результатов инновационной деятельности в высшем учебном заведении // Экономические науки. 2020. № 191. С. 110–115. DOI: 10.14451/1.191.110.

27. Недосекин А.О. Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний. Дис. ... д-ра эконом. наук. СПб: СПбГЭУ, 2003.

28. Потапов Д.К., Евстафьева В.В. О методиках определения весовых коэффициентов в задаче оценки надежности коммерческих банков // Социально-экономическое положение России в новых геополитических и финансово-экономических условиях: реалии и перспективы развития: сб. науч. ст. СПб.: Изд-во Института бизнеса и права. 2008. Вып. 5. С. 191–196.

29. Родионов Д.Г., Конников Е.А., Мугутдинов Р.М. Системный анализ конкурентоспособности цифрового предприятия в рамках информационной среды // Экономические науки. 2020. № 193. С. 394–401. DOI: 10.14451/1.193.394.

30. Сазонов А.Е., Осипов Г.С. Лингвистическая оценка уровня совершенства системы управления безопасностью судоходных компаний // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 1 (41). С. 7–16. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-1-7-16.

31. Сахарова Л.В., Акперов Г.И. Нечетко-множественная методика комплексной оценки состояния социально-экономических систем региона // Интеллектуальные ресурсы – региональному развитию. 2020. № 2. С. 137–143.

32. Сомов В.Л., Толмачов М.Н. Методы определения коэффициентов весомости динамических интегральных показателей // Вопросы статистики. М.: Информационно-издательский центр «Статистика России», 2017. № 6. С. 74–79.

33. Толстых Т.О., Гамидуллаева Л.А., Шмелева Н.В. Методические аспекты формирования портфеля проектов в инновационной экосистеме // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2020. № 1 (33). С. 5–23. DOI: 10.21685/2227-8486-2020-1-1.

34. Тютюкина Е.Б., Капранова Л.Д., Седаш Т.Н. Определение приоритетных направлений и инвестиционной поддержки развития Российской экономики // Экономический анализ: теория и практика. Москва, 2014. № 38 (389). С. 2–11.

35. Яшин С.Н., Борисов С.А. Методологические подходы к определению рейтинга экономико-инновационного развития промышленных предприятий региона // Вопросы инновационной экономики. 2020. Том 10. № 2. С. 819–836. DOI: 10.18334/vinec.10.2.100921.

Об авторе

Сигал Анатолий Викторович

доктор экономических наук, профессор;

профессор кафедры бизнес-информатики и математического моделирования, Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, 295007, г. Симферополь, проспект Академика Вернадского, д. 4;

E-mail: ksavo3@cfuv.ru

ORCID: 0000-0003-2090-4464

Using Fishburne's sequences in suitable modeling used for sample data

Anatoliy V. Sigal

E-mail: ksavo3@cfuv.ru

V.I. Vernadsky Crimean Federal University

Address: 4, Prospekt Vernadskogo, Simferopol 295007, Russia

Abstract

This article deals with probabilistic and statistical modeling of managerial decision-making in the economy based on sample data for the previous periods of time. For better definition, the study is limited to Markowitz's models in the problem of finding an effective portfolio of the field in the third information situation. The third information situation is a widespread decision-making situation and is characterized by the fact that the decision-maker sets, according to his opinion, are a linear order relation on the components of an unknown probabilistic distribution of the states of the economic environment. Often, from the point of view of the decision-maker, the components of an unknown probability distribution of the states of the economic environment must satisfy a partially reinforced linear order relation. As a result, the use of traditional statistical estimates turns out to be impossible, while the following question arises, which is practically not studied in the scientific literature. In this case, what formulas should be used to find statistical estimates and, above all, estimates of unknown probabilities of the state of the economic environment? As an estimate of an unknown probability distribution, we proposed to use the Fishburne sequence that satisfies all available constraints, while corresponding to the opinion of the decision maker and the linear order relation given by him. Fishburne sequences are a generalization of the well-known Fishburne formulas. It is fundamentally important that any Fishburne sequence satisfies a simple linear order relation, and under certain conditions, a partially strengthened linear order relation. Particular attention is paid to the entropic properties of generalized Fishburne progressions, which represent the most important class of Fishburne sequences, as well as the use of generalized Fishburne progressions to take into account the opinion of the decision maker. Such a scheme for estimating an unknown probability distribution has been developed, which makes it possible to achieve the correctness of probabilistic and statistical modeling, as well as appropriate consideration of the opinion of the decision-maker, uncertainty and risk.

Key words: Fishburne sequence; managerial decision-making; Markowitz model; linear order relation; entropy; Fishburne progression.

Citation: Sigal A.V. (2021) Using Fishburne's sequences in suitable modeling used for sample data. *Business Informatics*, vol. 15, no 4, pp. 50–60. DOI: 10.17323/2587-814X.2021.4.50.60

Reference

1. Trukhaev R.I. (1981) *Models of decision-making in conditions of uncertainty*. Moscow: Nauka (in Russian).
2. Vitlinsky V.V., Verchenko P.I., Sigal A.V., Nakonechny Ya.S. (2002) *Economic risk: Game models*. Kiev: KNEU (in Ukrainian).
3. Markowitz H.M. (1952) Portfolio selection. *Journal of Finance*, March 1952, vol. 7, no 1, pp. 77–91.
4. Markowitz H.M. (1959) *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. N.Y.: John Wiley & Sons.
5. Fishburn P.C. (1964) *Decision and value theory*. N.Y.: John Wiley & Sons.
6. Fishburn P.C. (1965) Analysis of decisions with incomplete knowledge of probabilities. *Operations Research*, vol. 13, no 2, pp. 217–237.
7. Fishburn P.C. (1965) Independence in utility theory with whole product sets. *Operations Research*, vol. 13, no 1, pp. 28–45.
8. Sigal A.V. (2017) On the approximation of the generalized model of Markowitz in the field of information third of the situation to the classical model of Markowitz. Proceedings of the *Seventh International conference system analysis and information technology*, pp. 159–167 (in Russian).
9. Semenychev V.K., Semenychev E.V. (2011) *Parameter identification of time series: structures, models, evolution. Monograph*. Samara: SamSC RAS (in Russian).
10. Sigal A.V. (2019) Statistical estimates taking into account the features of digital transformation. Collection of scientific works of the *II International scientific and practical forum "Russia, Europe, Asia: Digitalization of the global space", Stavropol, 09-12 October 2019* (ed. V.A. Korolev). Stavropol: SEKVOYA, pp. 134–137 (in Russian).
11. Sigal A.V. (2018) On the effectiveness of portfolios found by the game-theoretic method. *Economics and Mathematical Methods*, vol. 54, no 1, pp. 125–144 (in Russian).
12. Sigal A.V., Remesnik E.S. (2018) *Fishburne sequences and their application in modern portfolio theory. Monograph*. Simferopol: IP Kornienko A.A. (in Russian).
13. Sigal A.V. (2019) On managerial decision-making in the field of the second information situation. Proceedings of the *XVIII All-Russian scientific and practical conference with international participation Actual problems and prospects of economic development, Simferopol–Gurzuf, October 24–26, 2019* (eds. N.V. Apatova, T.V. Zueva), pp. 56–58 (in Russian).
14. Sigal A.V., Makeeva G.N. (2015) Generalized Fishburne progressions. Proceedings of the *IX International school-symposium analysis, modeling, management, development of socio-economic systems (AMUR-2015), Sevastopol, September 12-21, 2015*, pp. 343–350 (in Russian).
15. Sigal A.V., Remesnik E.S. (2018) Sequences satisfying linear order relations: application in economics and properties. *Drucker's Bulletin*, no 1, pp. 44–58 (in Russian). DOI: 10.17213/2312-6469-2018-1-44-58.

16. Sigal A.V., Remesnik E.S. (2019) Fishburne point estimates and their generalizations. Proceedings of the *International scientific school modeling and analysis of safety and risk in complex systems MASR-2019, Saint Petersburg, June 19–21, 2019* (eds. E.D. Solojentsev, V.V. Karasev). St. Petersburg: GUAP, pp. 85–92 (in Russian).
17. Aliev A.A., Gordienko M.S., Petelina A.V. (2020) Multipurpose assessment of the financial competitiveness of a publishing company. *Vestnik Universiteta*, no 10, pp. 113–121 (in Russian). DOI: 10.26425/1816-4277-2020-10-113-121.
18. Aliev A.A., Litvishko O.V., Yusifova A.I., Fateeva A.A. (2021) Analysis of the effectiveness of financial and economic activities of Russian football clubs. *Vestnik Universiteta*, no 5, pp. 85–92 (in Russian). DOI: 10.26425/1816-4277-2021-5-85-92.
19. Babenkov V.I., Gasyuk D.P., Dubovsky V.A. (2020) Method of risk assessment at the weapons and military equipment samples life cycle stages. *Vooruzheniye i ekonomika*, no 3 (53), pp. 59–65 (in Russian).
20. Belozertsev O.V., Belozertsev V.N. (2020) Assessment of the impact of environmental factors on the economic security of the enterprise. *Economic Bulletin of Donbass State Technical University*, no 5, pp. 5–13 (in Russian).
21. Vinogradova T.A., Kuvshinov M.S. (2021) Implementation of the assessment and analysis of the level of employees' innovation behavior. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Economics and Management*, vol. 15, no 2, pp. 132–139 (in Russian). DOI: 10.14529/em210215.
22. Dolzhenko A.I., Shpolyanskaya I.Yu., Glushenko S.A. (2020) Fuzzy production network for quality analysis of microservice architecture. *Business Informatics*, vol. 14, no 4, pp. 36–46 (in Russian). DOI: 10.17323/2587-814X.2020.4.36.46.
23. Zheishev R.S., Nikitin Yu.A. (2020) Evaluation of the military and economic effectiveness of the system of food supplies for the armed forces in the arctic zone of Russian federation. *Ekonomicheskiy vektor*, no 2 (21), pp. 96–102 (in Russian). DOI: 10.36807/2411-7269-2020-2-21-96-102.
24. Kostyrev A.P. (2020) Evaluation of the results of the implementation of industrial policy based on a multilevel approach. *Financial Economy*, no 8, pp. 299–304 (in Russian).
25. Kuvshinov M.S., Kalacheva A.G. (2015) Development of the state of analysis of investment attractiveness of industrial enterprises. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Economics and Management*, vol. 9, no 2, pp. 74–81 (in Russian).
26. Lyamin B.M., Mottaeva A.B. (2020) Assessment of the potential of commercialization of the results of innovative activity in higher education. *Economic Sciences*, no 191, pp. 110–115 (in Russian). DOI: 10.14451/1.191.110.
27. Nedosekin A.O. (2003) *Methodological foundations of modeling financial activity using fuzzy multiple descriptions*. St. Petersburg: UNECON (in Russian).
28. Potapov D.K., Evstafyeva V.V. (2008) On the methods of determining weight coefficients in the problem of assessing the reliability of commercial banks. *Socio-economic situation of Russia in the new geopolitical, financial, and economic conditions: realities and prospects of development: collection of scientific articles*. St. Petersburg: Institute of Business and Law, no 5, pp. 191–196 (in Russian).
29. Rodionov D.G., Konnikov E.A., Mugutdinov R.M. (2020) System analysis of the competitiveness of a digital enterprise within the information environment. *Economic Sciences*, no 193, pp. 394–401 (in Russian). DOI: 10.14451/1.193.394.
30. Sazonov A.E., Osipov G.S. (2017) Linguistic assessment of the perfection level of safety management system of shipping companies. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova*, vol. 9, no 1, pp. 7–16 (in Russian). DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-1-7-16.
31. Sakharova L.V., Akperov G.I. (2020) Fuzzy-multiple method of complex assessment of the state of socio-economic systems of the region. *Intellektual'nyye resursy – regional'nomu razvitiyu*, no 2, pp. 137–143 (in Russian).
32. Somov V.L., Tolmachov M.N. (2017) Methods for determining the weighting coefficients of dynamic integral indicators. *Questions of Statistics*. Moscow: Statistics of Russia, no 6, pp. 74–79 (in Russian).
33. Tolstykh T.O., Gamidullayeva L.A., Shmeleva N.V. (2020) Methodological aspects of project portfolio formation in the innovation ecosystem. *Models, Systems, Networks in Economics, Technology, Nature and Society*, no 1 (33), pp. 5–23 (in Russian). DOI: 10.21685/2227-8486-2020-1-1.
34. Tyutyukina E.B., Kapranova L.D., Sedash T.N. (2014) Identification of priority areas and investment support for the development of the Russian economy. *Economic Analysis: Theory and Practice*, Moscow, no 38 (389), pp. 2–11 (in Russian).
35. Yashin S.N., Borisov S.A. (2020) Methodological approaches to determining the rating of economic and innovative development of industrial enterprises in the region. *Voprosy innovatsionnoy ekonomiki*, vol. 10, no 2, pp. 819–836 (in Russian). DOI: 10.18334/vinec.10.2.100921.

About the author

Anatoliy V. Sigal

Doct. Sci. (Econ.), Professor;

Professor, Department of Business Informatics and Mathematical Modeling, V.I. Vernadsky Crimean Federal University, 4, Prospekt Vernadskogo, Simferopol 295007, Russia;

E-mail: ksavo3@cfuv.ru

ORCID: 0000-0003-2090-4464